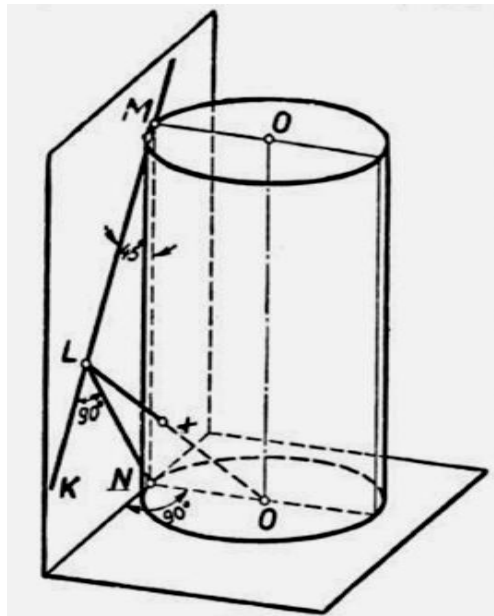


Egy térgeometriai feladat középiskolásoknak

Az [1] feladatgyűjteményben találtuk az alábbi feladatot – 1. ábra.



Черт. 22.

10. Через верхний конец образующей цилиндра под углом в 45° к ней проведена касательная к цилиндру. Радиус основания цилиндра 1 м, высота 4 м. Определить расстояние касательной от центра каждого основания (черт. 22).

10. 1 м и 3 м.

1. ábra – forrása: [1]

A feladat

Egy henger alkotójának felső végén az alkotóhoz 45° - ban hajló érintő egyenest húztak a hengerhez. A henger alapjainak sugara **1 m** , a henger magassága **4 m**.

Határozzuk meg az alkotó távolságát a henger - alapok középpontjától!

A megoldás

Adott: $r = \overline{O_{felső}M} = \overline{O_{alsó}N} = 1 \text{ m}$; $h = \overline{MN} = \overline{O_{alsó}O_{felső}} = 4 \text{ m}$. (A)

Keresett: x_1 , x_2 .

A hengernek két alaplapja van, így az adott érintőnek két kör - középponttól való távolságát kell meghatároznunk. (Egyenes körhengert tételezünk fel a szöveg és az ábra alapján.)

Az egyik ránézésre adódik; a felső alaplapnál:

$x_1 = r = 1 \text{ m}$. (e1)

A másik megoldáshoz *Pitagorász* tételének többszöri alkalmazásával juthatunk.

1. lépés:

Az **$O_{alsó}NM$** derékszögű háromszögben az átfogót **l** - lel jelölve:

$$l^2 = r^2 + h^2 ; \quad (1)$$

2. lépés:

Az **NLM** háromszög egy egyenlő szárú derékszögű háromszög, melynek oldalai: **t, t, h** .

Erre:

$$t^2 + t^2 = h^2 \rightarrow t^2 = \frac{1}{2} \cdot h^2 . \quad (2)$$

3. lépés:

Az **$MLO_{alsó}$** háromszög is derékszögű, mert **x_2** merőleges **t** - re; így:

$$t^2 + x_2^2 = l^2 . \quad (3)$$

4. lépés:

Most (1), (2) és (3) - mal:

$$r^2 + h^2 = \frac{1}{2} \cdot h^2 + x_2^2 \rightarrow r^2 + \frac{1}{2} \cdot h^2 = x_2^2 \rightarrow x_2 = \sqrt{r^2 + \frac{1}{2} \cdot h^2} . \quad (4)$$

5. lépés:

Majd (4) és (A) - val:

$$x_2 = \sqrt{1^2 + \frac{1}{2} \cdot 4^2} \text{ m} = \sqrt{9} \text{ m} = 3 \text{ m} , \text{ azaz:}$$

$$\underline{\underline{x_2 = 3 \text{ m}}} . \quad (e2)$$

Tehát a keresett távolságok **1 m** és **3 m** , egyezésben az 1. ábra alsó részén megadott megoldásokkal. (Eszerint feltevésünk helyes volt: tényleg egyenes körhengerrel dolgoztunk.)

Megjegyzések:

M1. A megoldás folyamatát lépésekre bontva közöltük. Nem hátrány, ha a tanuló is így jár el, legalább kezdetben.

M2. A megoldás elején erősen ajánlott feltüntetni az adott és a keresett mennyiségeket,

megadva jelölésüket is. Ez már önmagában is segít ráhangolódni a feladat - megoldási folyamatra. (Főleg, ha a feladatot nem hiányosan adták meg. Ilyenkor rá lehet kérdezni.)

M3. Senki se restellje a számítások részletezését! Így kisebb az esélye a tévesztésnek, valamint nagyobb az esélye a már elkövetett hiba utólagos megtalálásának.

M4. Ajánlatos a megoldást először – ha lehet, mint itt is – képlettel, ezután számszerűen közölni. A levezetés részleteit gyakran kérik is, a feladat kiírásában.

M5. Az [1] térmértani feladatgyűjteményt középiskolásoknak írták. Ez persze nem jelenti azt, hogy a feladatok mind könnyűek lennének. Itt az esetleges nehézséget a térbeli derék - szögű háromszögek felismerése jelenthette.

M6. Megint csak erősen ajánlott saját vázlatrajz készítése a megoldás során. Mi ezt itt rá - bízunk az érdeklődő Olvasóra.

M7. Látjuk, hogy nem sok előzetes ismeretet vártak itt el egy középiskolás diáktól. Igazából a megoldás lépéseinek megtalálása, ezek helyes sorrendbe állítása és alkalmazása volt a tesztelés tárgya: megy - e önállóan.

M8. Szintén javasolható, hogy a megoldást ne a közölt számítás, ennek hiányában a közölt végeredmény megnézésével kezdjük. Élvezzük a rejtvényfejtést – ha tudjuk!

M9. Az [1] -ből átvett 1. ábra néhány helyen megtévesztő lehet. Mire gondolhatunk itt?

Forrás:

[1] – **N. Rübkin:** Szbornyik zadacs po geometrii.

Csaszty II.: Sztyereometrija

Izd. 27., Ucspehgiz, Moszkva, 1960.

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2022. 01. 27.

Továbbiak: <https://galgoczi.net/>